



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

Análisis de las Actividades Propuestas por un Libro de Texto: El Caso de la Medida

Elena Mengual¹, Núria Gorgorió¹ y Lluís Albarracín¹

1) Universitat Autònoma de Barcelona, Spain

Date of publication: June 24th, 2017

Edition period: June 2017-October 2017

To cite this article: Mengual, E., Gorgorió, N. and Albarracín, LI. (2017) Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: El caso de la medida. *REDIMAT*, 6(2), 136-163. doi: [10.17583/redimat.2017.2415](https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2415)

To link this article: <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2017.2415>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License \(CC-BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Analysis of the Textbook Activities: The Case of Measurement

Elena Mengual

Universitat Autònoma de Barcelona

Núria Gorgorió

Universitat Autònoma de Barcelona

Lluís Albarracín

Universitat Autònoma de Barcelona

(Received: 25 November 2016; Accepted: 11 May 2017; Published: 24 June 2017)

Abstract

In this paper we study activities proposed by a Elementary Education (6 to 12 years old) math textbook, this textbook belongs to one of the most used publishers in Spain. We conducted a qualitative analysis of measurement activities proposed by the textbook. The analysis is based on a hierarchy of mathematical tasks that allow us to characterize the contents of measurement. Results show a predominance of arithmetical tasks in the activities as they leave in a second term conceptual and procedural aspects of measurement contents. The study proposes a method for analyzing textbooks that can be extrapolated to analyze proposals from other publishers or classroom materials.

Keywords: Measurement, textbook, hierarchy of tasks, primary education



Análisis de las Actividades Propuestas por un Libro de Texto: El Caso de la Medida

Elena Mengual

Universitat Autònoma de Barcelona

Núria Gorgorió

Universitat Autònoma de Barcelona

Lluís Albarracín

Universitat Autònoma de Barcelona

(Received: 25 Noviembre 2016; Accepted: 11 Mayo 2017; Published: 24 Junio 2017)

Resumen

En este artículo estudiamos la propuesta de enseñanza de la medida presente en los libros de texto de matemáticas de la etapa de Educación Primaria (6-12 años) de una de las editoriales más utilizadas en España. Realizamos un análisis cualitativo de las actividades de medida que estructuran la propuesta didáctica del libro. El análisis se basa en una jerarquización de tareas matemáticas que nos permite caracterizar los contenidos de medida que se trabajan. Los resultados muestran un predominio de tareas de tipo aritmético en las actividades de medida que dejan en un segundo término los aspectos conceptuales y procedimentales propios de este contenido. El estudio propone un método para el análisis de los libros de texto extrapolable para analizar las propuestas de otras editoriales o materiales de aula.

Palabras clave: Medida, libro de texto, jerarquización de tareas, educación primaria

La medida constituye una de las principales actividades humanas a partir de las que se desarrolla la matemática. Su relevancia se pone de manifiesto al observar que la está presente en todas las culturas, ya que permite comparar, ordenar, estimar o calcular, con un nivel de precisión adecuado a cada propósito, distintos tipos de magnitudes (Bishop, 1999). El aprendizaje de los procesos de medida resulta complejo, porque envuelve muchos conceptos fundamentales, como son la comprensión de la idea de atributo, la conservación, la transitividad, la igualdad de particiones o la iteración de la unidad estandarizada. Estos elementos relacionados con la medida también son necesarios durante el aprendizaje de otros contenidos matemáticos presentes en otras disciplinas del conocimiento, especialmente en las ciencias experimentales donde se trabaja con valores numéricos obtenidos al efectuar medidas (NCTM, 2000).

Centrándonos en el ámbito de la Educación Matemática, la medida es un bloque de contenido de gran riqueza ya que se relaciona con contenidos de otros conocimientos matemáticos, como son la geometría, la aritmética, la estadística o la dependencia funcional. La medida, por su naturaleza, está vinculada a la resolución de problemas y permite desarrollar habilidades y destrezas entre las que se encuentran la creatividad y la habilidad de pensar (Del Olmo, Moreno y Gil, 1989; Godino, 2004). Además, cuando se trabaja la medida, se desarrollan el razonamiento y el pensamiento lógico (Clements y Sarama, 2009; Stephan y Clements, 2003).

Por el contrario, la forma en la que se trata la medida en las aulas de Educación Primaria no se enfoca, generalmente, a desarrollar los conceptos y procedimientos adecuados para que los alumnos dominen los contenidos de medida. En concreto Chamorro (2003) observa que el trato que recibe la medida en las aulas ha sido substituido mayoritariamente por actividades del dominio aritmético, en un fenómeno que denomina *aritmetización de la medida*. De este modo, las magnitudes han sido reemplazadas por números, el concepto de área suele preceder al concepto de superficie y se trabaja el producto “ancho por alto” antes de tratar la interiorización de las unidades de medida, ya sea el metro o el centímetro cuadrado. Del mismo modo, el conteo de unidades y el uso de instrumentos de medida se han convertido en un aprendizaje memorístico carente de significado (Clements y Batista, 1992). Esta perspectiva se encuentra alejada de las necesidades del mundo laboral y adulto donde, a diario, se realizan mediciones de diferentes tipos (Cockcroft, 1982).

En nuestra investigación nos centramos en la perspectiva que toma libro de texto de matemáticas en la etapa de Educación Primaria para enfocar el tratamiento de la medida. El libro de texto como recurso educativo ha tenido y tiene una implementación y uso muy extendidos en las aulas de matemáticas (Fan, 2013). El libro de texto juega un papel importante en el aula debido a que la mayoría de los maestros utiliza este recurso la mayor parte del tiempo (Azcárate y Serradó, 2006; Jones y Tarr, 2007; Nicol y Crespo, 2006; Vincent y Stacey, 2008). Incluso en estos tiempos en los que la digitalización de los contenidos ha llegado a las aulas y donde el impacto de la tecnología es un hecho evidente, el libro de texto todavía ocupa un lugar central dentro de los recursos docentes preferidos por el profesorado (Pepin, Guedet y Trouche, 2013). Por tanto, parece claro que los libros de texto han tenido y siguen teniendo una gran influencia sobre lo que se enseña en el aula de matemáticas.

En este estudio¹ analizamos el tratamiento de los contenidos de medida en un libro de texto de una editorial ampliamente utilizada en España a partir de las actividades que propone y utilizando como herramienta de análisis la jerarquización de tareas elaborada por Gairín, Muñoz y Oller (2012). Una vez identificados los contenidos trabajados, se comparan los resultados con la propuesta del currículo oficial de la comunidad autónoma de Cataluña con la intención de determinar el tipo de trabajo de medida promovido.

Marco Teórico

En este apartado se recogen los aspectos teóricos que guían el estudio presentado, así como aquellos que permiten fundamentar el análisis realizado.

El Paso del Currículo Oficial al Libro de Texto

Alsina (2000) recoge cuatro tipos de currículo que se desarrollan en diferentes contextos educativos. Se denomina currículo oficial al conjunto de documentos oficiales propuestos por las autoridades educativas que elaboran los programas de las diferentes materias, señalando, entre otros, los contenidos, objetivos y criterios de evaluación. El currículo oficial permite a las instituciones educativas dirigir esfuerzos para la mejora de la

enseñanza de las matemáticas (Giménez, Goñi, Guerrero y Velázquez, 2000). El currículo potencial está determinado en diversas publicaciones docentes y materiales, entre ellos los libros de texto, y desarrolla el currículo oficial desde un punto de vista tanto teórico como práctico. En tercer lugar, el currículo impartido es el que desarrolla el profesor durante su tarea docente en el aula y, en último lugar, el currículo aprendido es el que finalmente adquiere o aprende el alumnado. Torres (1991), identificó las diferentes fases existentes entre la construcción del currículo hasta su desarrollo y uso en las aulas. En su clasificación, el libro de texto se encontraría dentro del currículo interpretado por intermediarios y sirve de nexo de unión entre la parte legislativa y la práctica docente. Fan (2013) considera el libro de texto como una variable intermedia en el contexto de la educación, que se ve afectada por unas variables independientes (factores que afectan al desarrollo del libro de texto) y que, a su vez, influyen en otras variables dependientes (factores afectados por los libros de texto).

El estado de la investigación centrada en el libro de texto de matemáticas ha evolucionado considerablemente en las tres últimas décadas, recibiendo una atención creciente a nivel internacional en el ámbito de la investigación en Educación. Sin embargo, el estudio y análisis del libro de texto en el ámbito de la educación matemática no está tan desarrollado como en otros campos u otras materias, pese a la relevancia manifiesta del libro de texto de matemáticas que viene dada por su alto nivel de uso en las aulas (Fan, 2013). A parte de las referencias citadas en la introducción, el estudio TIMSS (Mullis, Martin, Foy y Arora, 2012), que se centra en medir los conocimientos de matemáticas y ciencia de los estudiantes de diez y dieciséis años en todo el mundo, recoge que la mayoría de los maestros de matemáticas utiliza el libro de texto como fuente principal escrita cuando seleccionan los recursos para la enseñanza (Alajmi, 2012).

La Medida en el Libro de Texto

Desde la creación de la escuela elemental como institución, la medida ocupa un papel importante dentro de la enseñanza de las matemáticas debido a sus múltiples aplicaciones tanto sociales como científicas (Chamorro, 1996; Segovia, Castro y Martínez, 1996). Sin embargo, no

existe un acuerdo unánime sobre cuál es el proceso de enseñanza más adecuado para desarrollar el trabajo de la medida (Luelmo, 2001).

Dickson, Brown y Gibson (1991) sostienen que la escuela Piagetana se basa en la comprensión que el niño tiene de la noción de número para formar sobre ella las nociones de medida. Los estadios que distinguen para el desarrollo de la comprensión del concepto de medida son los siguientes: 1) ausencia de conservación, 2) emergen la conservación y la transitividad, 3) inicio de la conservación operacional, 4) reiteración de una unidad para realizar la medición, y 5) desarrollo final basado en traspasar las propiedades de la medida a dimensiones superiores. Esta perspectiva inicial se ha ido modificando en las últimas décadas. Destacamos las aportaciones de Chamorro y Belmonte (1988) que se enfocan en el desarrollo del concepto de unidad de medida y la de Callís (2002) que se centra en estudiar el desarrollo de la percepción de la magnitud y los procesos de estimación. Por su parte, Lehrer (2003) se centra en las componentes de las necesidades de estandarización de la unidad de medida y del desarrollo de una escala de medida con un origen definido.

Recientemente, Szilágyi, Clements y Sarama (2013) han estudiado las trayectorias de aprendizaje que permiten a los alumnos desarrollar los conocimientos de medida requeridos centrándose en los aspectos relacionados con la medida de longitudes. En su trabajo determinan las siguientes fases: 1) reconocer una cantidad de longitud, 2) comparación directa de longitudes, 3) comparación indirecta de longitudes, 4) ordenar series de 1 a 6 unidades, 5) medir de extremo a extremo, 6) repetición de la unidad de longitud, 7) relación de la unidad de medición, y 8) uso de instrumentos de medida de longitudes.

Pese a las diversas investigaciones desarrolladas, no existe un acuerdo unánime sobre cuál es el proceso de enseñanza más adecuado para la medida. Si bien en teoría el profesorado y los investigadores reconocen las ventajas de determinados enfoques, las prácticas del aula y los libros de texto reflejan posturas muy diferentes. Si tomamos un libro de texto, tanto de primaria como de secundaria, y observamos alguno de los temas de medida encontraremos actividades que conllevan casi exclusivamente cálculos. Existe una escasez de actividades de composición y recomposición de figuras, de medición directa con unidades no

convencionales, de estimación, y mucho menos de problemas complejos e interesantes que podrían aumentar la motivación del alumnado.

En este contexto Chamorro (2001) pone de manifiesto el fenómeno de la *aritmización de la medida* en la enseñanza como el resultado de un proceso de colonización de la medida por parte de la aritmética. De esta forma, y tal como señala Chamorro (2001), los libros de texto, tanto de primaria como de secundaria, incluyen casi exclusivamente cálculos aritméticos para las actividades presentadas en los temas de medida, y existe una escasez de actividades tales como las de composición y recomposición de figuras, de medición directa con unidades convencionales o no convencionales, de estimación, y mucho menos de problemas² complejos e interesantes que podrían incidir en la motivación de los alumnos. Durante la educación primaria se aborda superficialmente la definición de unidades de medida para centrarse rápidamente en la manipulación numérica, donde prevalece el fenómeno descrito como aritmización de la medida (Luelmo, 2001). En esta situación no es de extrañar que, tal y cómo señalan Chamorro y Belmonte (1988):

En la mayoría de los casos se identifica el aprendizaje de las magnitudes y su medida con el conocimiento y dominio del Sistema Métrico Decimal y se considera que ha alcanzado los objetivos propuestos cuando el alumno efectúa conversiones con seguridad y rapidez. (p.40)

Por tanto, se puede afirmar que se da una clara sustitución de saberes, puesto que los problemas de medida se sustituyen por problemas aritméticos, los procesos y actividades de medición se sustituyen por el uso de fórmulas y las conversiones de unidades ocupan más de la mitad del tiempo que se dedica en el aula a la medida (Chamorro, 2001). Por otro lado, las actividades prácticas que salgan del contexto proporcionado por el papel, como pueden ser las mediciones o las estimaciones, son casi inexistentes y se realizan con muchos obstáculos materiales y de gestión del aula (Chamorro, 2003). En relación con el estudio de la medida de superficies, se continúa sin utilizar actividades que conlleven el pavimentado, únicamente se utilizan cuadrículas en contextos alejados de la vida real, pues no se pide a los alumnos que midan la superficie de objetos cotidianos o familiares (Chamorro, 2001).

Jerarquización de Tareas Matemáticas

En la literatura sobre Educación Matemática aparecen numerosas referencias relativas al conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental (Castro, Prat y Gorgorió, 2016). Los orígenes de ambos términos remiten al trabajo seminal de Hiebert y Lefevre (1986), que definen el conocimiento conceptual como aquel que se caracteriza por la riqueza de sus relaciones, como una red conectada de conocimiento, donde cada una de estas relaciones es tan importante como cada parte separada de información. Asimismo, una unidad de conocimiento conceptual no puede ser una pieza aislada de información, sólo puede ser parte del conocimiento conceptual si el individuo es capaz de reconocer sus relaciones con otras partes de la información.

Por otro lado, estos autores (Hiebert y Lefevre, 1986) afirman que el conocimiento procedimental es un conocimiento compuesto, por una parte, por el lenguaje formal y las representaciones simbólicas de las matemáticas y, por otra, por los algoritmos o reglas, en el sentido de secuencia lineal de instrucciones para completar las tareas matemáticas. Desde el punto de vista de nuestra investigación resulta importante la consideración de que, en el sistema procedimental, los procedimientos están jerárquicamente dispuestos de forma que algunos procedimientos están incrustados en otro como sub-procedimiento (Hiebert y Lefevre, 1986).

Con el propósito de elaborar un mecanismo consistente de calificación de los exámenes de matemáticas de las PAU (Pruebas de Acceso a la Universidad), Gairín, Muñoz y Oller (2012) proponen una jerarquización de las tareas necesarias para la resolución de una actividad matemática dada. Esta jerarquización divide las tareas matemáticas necesarias que conforman una actividad dada en las siguientes tres categorías:

- A. Tareas Principales: tareas que claramente constituyen el objetivo principal de la actividad.
- B1. Tareas auxiliares específicas: Tareas que juegan un papel instrumental para alcanzar la solución de un problema o ejercicio en el que aparecen tareas principales sobre contenidos específicos.

B2. Tareas auxiliares generales: Tareas matemáticas que ha realizado el alumno a lo largo de su formación matemática anterior.

En este estudio utilizamos esta jerarquización de tareas propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012) durante el análisis de las actividades de medida de un libro de texto de Educación Primaria para clasificar los distintos tipos de tareas que aparecen en la resolución de dichas actividades. Esta jerarquización es la que nos permite obtener el nivel de detalle adecuado en la caracterización de las actividades de medida para identificar los conceptos y procedimientos propios de la medida promovidos por el libro de texto analizado para promover el aprendizaje de la medida.

Objetivos

Ante la situación expuesta en las secciones anteriores, nuestro interés se centra en estudiar la forma en la que el libro de texto de matemáticas de Educación Primaria trata las actividades de medida en su propuesta didáctica. Dado que el libro de texto es el principal referente de contenidos en un gran número de aulas de matemáticas, nuestro estudio va encaminado a determinar el tipo de propuesta didáctica que hace el libro de texto para cubrir los contenidos y objetivos de la etapa determinados por los currículos oficiales.

Por todo ello, el propósito de nuestra investigación es determinar el enfoque predominante en el tratamiento de la medida en el libro de texto. Este propósito nos lleva a definir los siguientes objetivos de la investigación:

1. Caracterizar las actividades de medida del libro de texto a partir del análisis de tareas principales, auxiliares específicas y auxiliares generales.
2. Cuantificar la incidencia del fenómeno de la aritmetización de la medida en el libro analizado.

Metodología

En este estudio realizamos una investigación cualitativa desde una perspectiva interpretativa del contenido de un libro de texto desde la perspectiva del conocimiento matemático necesario, tanto a alumnos como

maestros, para resolverlas. Es un estudio de caso, en el sentido que señalan Stake (1998) y Bisquerra (2004), que abarca la complejidad de los libros de texto de Educación Primaria propuestos por una de las editoriales más ampliamente utilizadas en Cataluña y España. En nuestro estudio hacemos un análisis sistemático y en profundidad de una única editorial de libros de texto (Stake, 1998), para comprender el conocimiento matemático del bloque de medida que se trabaja en el aula partiendo del supuesto que el libro de texto es el material de apoyo más demandado por los profesores. El estudio de caso nos permite desarrollar un análisis profundo que puede dar lugar a una metodología extrapolable a otro objeto de estudio análogo.

Escogemos como dato para el análisis los libros de texto de la materia de matemáticas de la editorial Vicens Vives para toda la etapa de Educación Primaria, por ser una de las editoriales más vendidas en Cataluña y en España (MEC, 2013) puesto que estos libros tienen un alto nivel de aceptación entre el profesorado. El currículo que siguen los libros de Vicens Vives analizados es el recogido en el Decreto 142/2007, de 26 de junio, que establece la ordenación de la enseñanza en la etapa de Educación Primaria en Cataluña. En este currículo los contenidos del bloque de medida se dividen en la comprensión de las magnitudes medibles, de las unidades y del proceso de medir, y en la aplicación de las técnicas e instrumentos adecuados para medir.

En nuestro estudio analizamos todas aquellas actividades que se relacionan con los conocimientos propios de la medida que aparecen en los libros de texto de Vicens Vives a lo largo de los seis cursos de los que consta la etapa. En total se han analizado 1912 actividades: 1002 pertenecen al ciclo superior, 766 son del ciclo medio y 144 del ciclo inicial.

Descripción del Proceso de Análisis Desarrollado

En este apartado detallamos una ejemplificación del análisis realizado que pretende ilustrar cómo se han analizado las actividades presentes en los libros de texto. Para efectuar el análisis nos valemos de la aportación teórica propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012), que nos sirve de guía para describir y clasificar las diferentes tareas necesarias para desarrollar la resolución de cada actividad de medida.

Nuestro primer paso fue resolver todas y cada una de las 1912 actividades identificando los pasos necesarios para llegar a la solución de las mismas y poder, a partir de ello, establecer a posteriori los diferentes tipos de tareas. Una vez establecidas las distintas tareas presentes en cada actividad, nuestro segundo paso consistió en establecer grupos de actividades a partir de la tarea principal identificada en cada caso. A partir de este punto, para cada tipo de tarea principal determinamos el conocimiento tanto conceptual como procedimental que se pone en juego para llevarla a cabo.

El ejemplo seleccionado para ilustrar este proceso de análisis es una actividad que pertenece al libro de 6º de primaria y que se muestra en la Figura 1. Esta actividad solicita al alumno que pase una cantidad de medida de una expresión compleja a una incompleja, siendo esta la tarea principal de la actividad.

3. Copia i completa aquestes equivalències:

- a) 8 dam 5 m = ... m
- b) 12 hm 50 m = ... km
- c) 2 km 500 m = ... hm

Figura 1. Actividad de 6º de primaria propuesta por el libro de texto.

Para resolver esta actividad, el alumno debe combinar y coordinar diversos conceptos y procedimientos trabajados anteriormente en otras actividades propuestas por el libro de texto. Para pasar de una expresión compleja a incompleja es necesario cambiar de unidades para dejar las diferentes unidades que aparecen en la misma unidad para poder después sumarlas. El cambio de unidades requerido puede considerarse ahora una tarea auxiliar, mientras que en 4º de Primaria constituía una tarea principal, como se puede ver en la actividad mostrada en la Figura 2.

4. Copia i completa al teu quadern:

- | | |
|--------------|---------------|
| 4 m = ... cm | 5 cm = ... mm |
| 2 m = ... dm | 3 m = ... mm |
| 6 m = ... cm | 7 cm = ... mm |
| 5 m = ... dm | 3 cm = ... mm |
| 8 m = ... cm | 9 m = ... dm |

Figura 2. Actividad de cambio de unidades de 4º de primaria.

Las Figuras 3 y 4 muestran los dos caminos posibles que los alumnos pueden utilizar para resolver esta actividad: ya sea mediante una operación (Figura 3) o atendiendo al valor posicional de las decenas, centenas, unidades, etc. (Figura 4).

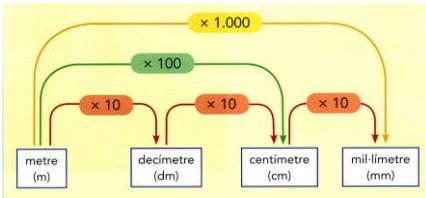


Figura 3. Actividad de cambio de unidades a partir de operaciones

Un metre equival a:			
m	dm	cm	mm
1			
10	1		
100	10	1	
1000	100	10	1

Figura 4. Actividad de cambio de unidades a partir de valor posicional

Para que los alumnos puedan realizar un cambio de unidades a partir de una operación deben ser capaces de multiplicar o dividir la cantidad de medida por la equivalencia correspondiente. Además, en el caso del paso de una expresión compleja a incompleja el alumno debe ser capaz de sumar varios números. Las Figuras 5, 6 y 7 ponen de manifiesto que los alumnos se enfrentan a este tipo de tareas desde el ciclo inicial,

12. Suma portant-ne.

Algorisme de la suma. Agrupar 10 unitats.

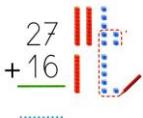


Figura 5. Suma de dos números de 1º de primaria

3. Multiplica.

$$4 \times 8 = \dots\dots$$

$$6 \times 5 = \dots\dots$$

$$7 \times 3 = \dots\dots$$

$$4 \times 3 = \dots\dots$$

$$8 \times 2 = \dots\dots$$

$$5 \times 3 = \dots\dots$$

Figura 6. Multiplicación de dos números de 2º de primaria

3. Dibuixa i completa la divisió.

Resolució gràfica de les divisions.

- Reparteix 12 bales en 3 parts.



$$12 : 3 = \dots\dots$$

Figura 7. División de dos números de 2º de primaria

Ahora bien, si el alumno decide utilizar el cambio de unidades atendiendo al valor posicional debe valerse de otros dominios aritméticos y saber identificar en un número natural o decimal el valor posicional de sus dígitos (unidades, decenas, centenas, etc.), actividades a las que se enfrentan desde el ciclo inicial, como se muestra la Figura 8. La Figura 9 muestra un ejemplo de esta tipología de actividades en el ciclo superior.

A partir de la jerarquización de tareas propuesta por Gairín, Muñoz y Oller (2012), identificamos las tareas principales, auxiliares específicas y auxiliares generales necesarias para resolver todas y cada una de las actividades de medida presentes en el libro de texto analizado, lo que nos permite elaborar un esquema de tareas para cada una de ellas.

16. Escriu el nombre i completa.
 Dictat de nombres de tres xifres.

cent noranta-dos → 192

..... centena, desenes, unitats

$100 + 90 + 2 = \dots\dots\dots$

cent seixanta-nou →

..... centena, desenes, unitats

..... + + =

Figura 8. Suma de dos números de 1º de primaria

1. Copia al quadern una taula de numeració:

C	D	U	d	c	m

a) A la taula, escriu-hi els nombres decimals següents:

7,05	14,70	5,012
312,6	18,020	0,500
1,008	1,250	140,3

Figura 9. Multiplicación de dos números de 5º de primaria

La Figura 10 muestra el esquema de caracterización de tareas necesario para resolver la actividad presentada de la Figura 1. Este esquema se lee de izquierda a derecha y describe un posible procedimiento para la realización de la actividad que incluye las diferentes tareas para dar solución al mismo, caracterizándolas como tareas principales, tareas auxiliares específicas y tareas auxiliares generales. Los pasos que se describen dentro del recuadro indican conocimiento el procedimental involucrado, mientras que fuera de este marco colocamos el conocimiento conceptual necesario. El esquema generado para la actividad de la Figura 1 resulta válido para todas aquellas actividades que requieren el paso de una expresión compleja a incompleja.

Este esquema permite establecer la caracterización de las diferentes tareas necesarias para resolver la actividad. En concreto, la tarea principal

de esta actividad y, por tanto, el objetivo de la misma, es el paso de una expresión compleja a incompleja. La tarea auxiliar específica es el cambio de unidades y la tarea auxiliar general es una actividad de tipo aritmético. Ambas tareas tienen asociado tanto conocimiento conceptual como procedimental. Para resolver el paso de una expresión compleja a incompleja es necesario conocer las unidades para medir una magnitud, la relación entre las unidades y cuál es esa relación, la idea de cambio de base, el procedimiento de cambio de unidad, conocer el algoritmo de la suma, multiplicación y división; conocer el sistema decimal y es, por tanto, el conocimiento conceptual.

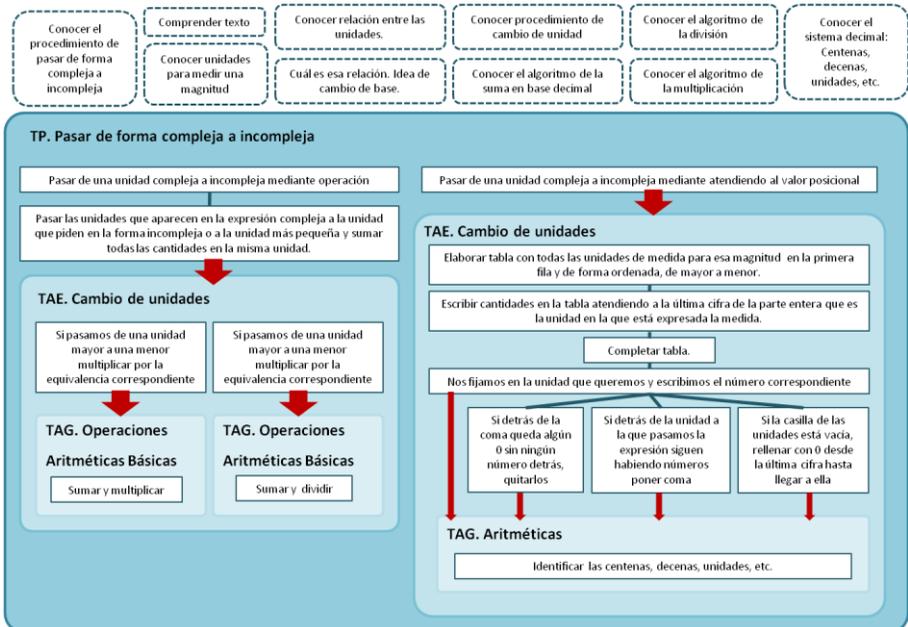


Figura 10. Esquema de caracterización de las actividades que requieren el paso de una expresión compleja a una incompleja

Este análisis se realiza para todas las actividades de medida de los libros de texto analizados y nos soportamos en el programa informático NVivo9 para codificar cada actividad con su correspondiente esquema de

caracterización. Este tipo de software ha sido ampliamente utilizado en el análisis cualitativo y permite extraer categorías de análisis a partir de los datos estudiados (García-Horta y Guerra-Ramos, 2009). La codificación elaborada durante el análisis nos permite generar los resultados que mostramos a continuación.

Resultados

A continuación, presentamos resultados obtenidos a partir del análisis de las tareas matemáticas promovidas en las actividades de medida de los libros de texto escogidos. Ofrecemos una clasificación de las tareas principales identificadas y los resultados referentes a su presencia en el libro de texto.

Clasificación de Actividades por su Tarea Principal

En esta sección presentamos los resultados de la categorización de las diferentes tareas principales que se tratan en los libros de texto analizados. Entendemos que esta caracterización es un primer tipo de resultados en el sentido que nos permite determinar el tipo de trabajo matemático que conforma el currículo potencial propuesto por el libro de texto. Agrupamos las tareas principales identificadas en bloques de contenido que hemos extraído del currículo oficial y señalamos en la Tabla 1 los ciclos donde se abordan estos bloques para poder compararlo al final con el currículo potencial.

Tabla 1
Bloques de contenido extraídos a partir del currículo

Contenido	Etapa		
	Inicial	Media	Superior
Magnitudes y selección de unidad	X	X	X
Comparación y ordenación de medidas	X	X	X
Medir	X	X	X

Leer y escribir medidas	X	X	X
Cambio de unidades (equivalencia, múltiplos y submúltiplos)		X	X
Medidas Geométricas		X	X
Estimación	X	X	X
Escalas		X	X

En la Tabla 2 recogemos un listado exhaustivo de las tareas principales identificadas agrupadas en bloques de contenido de acuerdo con la tabla anterior, junto con un ejemplo de cada una de ellas, para que ilustre el significado atribuido a cada bloque.

Tabla 2

Listado de tareas principales identificadas en el análisis agrupadas por bloques de contenido

	Bloque de contenido	Tareas principales	Ejemplo
MU	Magnitudes y selección de unidad.	Identificar magnitudes y medidas en un texto. Elegir la unidad o medida más apropiada.	<p>33. Estima la longitud que corresponden a cada objeto:</p>

Figura 11. Actividad de 3° de EP

CO	Comparación y ordenación de medidas	Ordenar diferentes medidas Comparar diferentes medidas	<p>2. Ordena les capacitats següents de gran a més petita:</p> <p>a) 25 ml 4,5 cl 0,3 l 6l</p> <p>b) 51 dal 2,5 hl 13 l 0,</p>
----	-------------------------------------	---	---

Figura 12. Actividad de 5° de EP

(continued)

Tabla 2

Listado de tareas principales identificadas en el análisis agrupadas por bloques de contenido (continued)

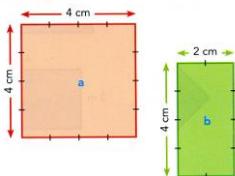
MED	Medir	Medir, estimación del error en una la medida, y dibujar una medida con el instrumento adecuado.	<p>10. Mesura amb el regle.</p> <p>Usa d'instruments de mesura.</p> 
			<p>Figura 13. Actividad de 1° de EP</p>
EX	Leer y escribir medidas.	Leer medida de un instrumento. Interpretación de husos horarios.	<p>3. Quin pes indica la balança?</p> 
			<p>Figura 14. Actividad de 2° de EP</p>
CUO	Cambio de unidades y operaciones	Proceso de cambio de unidades. Relacionar expresiones en distintas unidades. Cambiar la expresión una medida de	<p>1. Completa les igualtats següents:</p> <p>50 cl = ... l 4 dl = ... cl</p> <p>250 ml = ... cl 1,5 l = ... dl</p> <p>5 l = ... ml 50 dl = ... l</p>
			<p>Figura 15. Actividad de 6° de EP</p>

forma compleja a
incompleja y de
forma incompleja a
compleja.
Suma y resta de
expresiones com-
plejas de tiempo.

(continued)

Tabla 2

Listado de tareas principales identificadas en el análisis agrupadas por bloques de contenido (continued)

MMG	Medidas Geométricas	Cálculo por recuento de elementos concepto de unidad de medida. Cálculo a partir de una medición. Cálculo por aplicación de una fórmula.	<p>21. Calcula la superficie i el perímetre de cada figura:</p> 
EST	Estimar	Estimar una medida.	<p>12. Estima la longitud dels tornavisos A i B de la imatge:</p> 
ESC	Proporciones y Escalas	Uso de proporciones y escalas entre valores numéricos de medidas.	<p>2. La maqueta d'un cotxe s'ha construït a escala 1:43. La maqueta fa 10,5 cm de llargada. Pregunta: Operacions: $10,5 \times 43 = 451,5$ $451,5 : 100 = 4,515$ Resultat:</p>

			<i>Figura 18. Actividad de 6° de EP</i>
PCM	Problemas contextualizados en la medida	Sumar, restar (de forma directa o calculando un sumando para que se cumpla una igualdad), multiplicar, dividir y	<p>22. En una ferreteria tenen un cabdell de corda de 8 metres de llargada. Si en venen 20 decimetres, quants metres de corda queden?</p> 
			<i>Figura 19. Actividad de 3° de EP</i>

(continued)

Tabla 2

Listado de tareas principales identificadas en el análisis agrupadas por bloques de contenido (continued)

		<p>comprobar el resultado de operaciones.</p> <p>Redondear. Escribir una fracción mixta como un número decimal. Elegir objetos cuya suma sea una medida establecida.</p>	
OTRAS	Introducción al álgebra	Tareas relacionadas con la introducción de procedimientos algebraicos.	<p>4. La balança està equilibrada. Indica el valor de les peses blanques. Justifica la resposta.</p> 
			<i>Figura 20. Actividad de 4° de EP</i>

A partir de lo mostrado en tabla, observando los contenidos concretos de medida cubiertos, notamos importantes ausencias: el uso de unidades no estándares para medir, la elección de instrumentos de medida adecuados, el trabajo dirigido a mostrar la naturaleza de la medida como una

aproximación, y la anticipación e interpretación del error. También debemos destacar la ausencia de actividades que promuevan que los alumnos lean información de tablas y escalas de medida como las utilizadas en la vida cotidiana.

Frecuencias por Tipologías de Tarea Principal

Presentamos en este apartado los resultados de frecuencia relativa de las tareas principales identificadas en las actividades de medida para poder mostrar poder caracterizar los libros de texto analizados desde la perspectiva de su propuesta para la enseñanza de la medida. Para simplificar la presentación de los datos, agrupamos las diferentes tareas en los bloques de contenido presentados en la Tabla 1. En concreto, la Tabla 3 y la Figura 21 muestran las frecuencias relativas de los bloques de contenidos de las tareas principales identificadas en las actividades de medida del libro de texto separadas por ciclo.

Los resultados mostrados evidencian un tratamiento desigual de los diferentes procesos y conceptos asociados a los contenidos de medida. En concreto, podemos observar que la identificación de magnitudes y la elección de unidades, que podemos entender como uno de los aspectos clave para la fundamentación de la medida, tiene una presencia escasa y que disminuye progresivamente durante la etapa de Educación Primaria.

Tabla 3

Frecuencia de actividades de cada bloque por ciclos.

	Inicial	Medio	Superior
CO	22,78%	11,98%	3,63%
CUO	2,53%	27,88%	35,88%
ESC	5,06%	4,38%	4,01%
EST	2,53%	1,38%	0,38%
EX	6,33%	3,23%	2,10%
MED	40,51%	12,21%	6,68%
MMG	8,86%	8,76%	21,18%
MU	11,39%	3,92%	1,53%

PCM	0,00%	25,35%	21,95%
Otros	0,00%	0,92%	2,67%

Las actividades de este bloque tienen un mayor tratamiento en el ciclo inicial, en el que representa un 11,39% de las tareas principales, y disminuye en los ciclos posteriores ocupando sólo un 3,92% de las tareas principales en el ciclo medio y un 1,53% de las tareas en el ciclo superior.

Es destacable la práctica ausencia de actividades que traten y promuevan la estimación de medida, que aparece en la literatura como un aspecto clave para la interiorización del concepto de unidad de medida (Clements y Sarama, 2009). La frecuencia para cada uno de los ciclos de actividades de estimación de medida es del 2,53% en el ciclo inicial, 1,38% en el ciclo medio y del 0,38% en el ciclo superior.

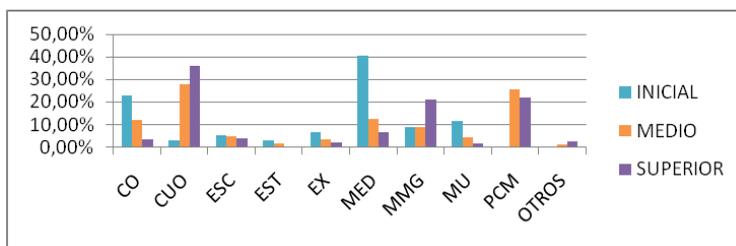


Figura 21. Porcentajes de las tareas principales de medida identificadas agrupadas por bloques de medida y separadas por ciclo.

Por el contrario, la propuesta del libro de texto para el aprendizaje de la medida parece basarse en aspectos como la comparación y ordenación de medidas y en aspectos instrumentales como el cambio de unidades. La frecuencia de aparición de las actividades de cambio de medidas es del 2,53% en el ciclo inicial, 27,88% en el ciclo medio y del 35,88% en el ciclo superior. Los procesos de medición directa tienen una alta incidencia en el primer ciclo, pero su presencia disminuye en los ciclos medio y superior. El porcentaje de incidencia de las tareas principales de este bloque varía del 40,51% en el ciclo inicial al 12,21% en el ciclo medio y al 6,68% en el ciclo superior. En las dos últimas etapas se observa una alta presencia de

actividades de medida contextualizadas en forma de problema para los alumnos, pero si observamos en detalle la forma de estas actividades podemos observar que el tipo de trabajo matemático promovido va en la línea del trabajo aritmético.

Observamos que algunos de los bloques de contenidos con mayor presencia en los libros analizados son los que presentan los índices más altos de actividades de medida que han sido aritmetizadas, como serían las relacionadas con los cambios de unidades o los problemas contextualizados. Ahora bien, dentro de los diferentes bloques de medida encontramos actividades cuya donde prima el dominio de conceptos y procedimientos aritméticos. Nos hemos centrado en los bloques de medida de magnitudes geométricas (MMG) y en el bloque de comparación y ordenación (CO).

En el bloque de medidas con contenido geométrico (MMG), la medida indirecta de figuras geométricas resulta un ejemplo claro de actividades que han sido aritmetizadas, dado que los procedimientos requeridos para resolver estas actividades son exclusivamente aritméticos. Aunque la medida indirecta es un tipo importante de actividades a considerar, observamos que el libro de texto les brinda un peso superior al asignado por el currículo, como muestra la Tabla 4.

Tabla 4

Porcentaje de actividades de medida indirecta en el bloque MMG

C. Inicial	C. Medio	C. Superior
0%	85,42%	62,86%

De esta forma, un 7,48% de las actividades del ciclo medio y un 13,31% de las actividades del ciclo superior se basan en la aplicación directa de una fórmula.

En el bloque de cambio y ordenación (CO) se experimenta una evolución que comienza con el tratamiento geométrico o perceptivo de comparación de medidas y finaliza con un tratamiento numérico. Esta evolución del paso del tratamiento geométrico al numérico lo recogemos en la Tabla 5, donde mostramos el porcentaje de actividades de comparación de medidas basadas en un enfoque puramente numérico en cada ciclo:

Tabla 5

Porcentaje de actividades con un tratamiento numérico en el bloque CO

C. Inicial	C. Medio	C. Superior
0%	62,5%	100%

Podemos extender este análisis a otros de los bloques de contenidos de medida que han sido aritmetizados, como son los bloques de CUO, MMG y CUO. La tabla 6 recoge los porcentajes de actividades para cada uno de estos bloques en cada ciclo. Dado que una parte de las actividades han sido categorizadas como actividades aritmetizadas, mostramos también el porcentaje que estas ocupan sobre el total de actividades de cada ciclo.

Observamos una evolución del tratamiento propuesto de la medida en el libro de texto analizado en la que se incrementa progresiva y notablemente el porcentaje de actividades aritmetizadas hasta llegar al el 73,77% en el ciclo superior. En este sentido, el salto más grande se produce del ciclo inicial al ciclo medio donde pasamos de tener un porcentaje muy bajo de actividades aritmetizadas, que suponen el 2,35% del total en el ciclo inicial, al ciclo medio en el que la cantidad de actividades de medida tratadas desde la perspectiva numérica y aritmética representa una proporción superior a dos terceras partes.

Tabla 6

Porcentaje de actividades aritmetizadas en cada ciclo por bloques

	C. INICIAL		C. MEDIO		C. SUPERIOR	
	% sobre el total	% de las aritmetizadas sobre el total	% sobre el total	% de las aritmetizadas sobre el total	% sobre el total	% de las aritmetizadas sobre el total
CO	22,78%	0,00%	11,98%	7,49%	3,63%	3,63%
CUO	2,35%	2,53%	27,88%	27,88%	35,88%	35,88%
MMG	8,86%	0,00%	8,76%	7,48%	21,18%	13,31%
PCM	0,00%	0,00%	25,35%	25,35%	21,95%	21,95%
Total	33,99%	2,53%	73,97%	68,20%	82,64%	73,77%

Tomando el conjunto de libros como un todo, si consideramos los datos totales incluyendo todas las actividades de medida de los libros de texto

para toda la etapa, nos encontramos que el 66,01% de las actividades están aritmetizadas

Conclusiones

El estudio realizado nos permite corroborar la afirmación de Chamorro (2001) sobre la aritmetización de la medida en los libros de texto, pero además nos permite cuantificar este fenómeno. Aunque hayamos identificado actividades en las que se propone que los alumnos trabajen la medida desde la perspectiva conceptual o procedimental, hemos corroborado que el libro de texto no presenta una propuesta orientada a que los alumnos realicen una descripción oral, gráfica o escrita de la medida de las distintas magnitudes ni a que contrasten y analicen diversas estrategias de medida, a pesar de que son contenidos que forman parte del núcleo del trabajo de medida en el currículo oficial para toda la etapa de Educación Primaria. Asimismo, las mediciones directas se realizan exclusivamente dentro de las magnitudes de longitud y área, por lo que no es de extrañar que, tal y como señala Balbuena (2002), los instrumentos de medición y su uso no tengan una presencia relevante en las aulas. Al mismo tiempo, un aspecto clave para entender la naturaleza aproximativa de la medida, como es la anticipación e interpretación del error de una medida, apenas aparece entre las tareas analizadas y, en la mayoría de los casos, se hace exclusivamente desde la perspectiva de la interpretación del error obtenido. Dado que el error en la medida es inherente al proceso de medición, podemos intuir que la acción de medir se presenta de forma irreal. Este tratamiento presenta una forma sesgada e incompleta de la medida, ya que proporciona la falsa creencia de que los procesos de medida siempre son exactos.

Detectamos dos grandes ausencias en la propuesta del libro de texto: la construcción de los conceptos de magnitud y de unidad de medida y el uso de la estimación de medidas en el aula. Los resultados de nuestro estudio confirman que el trato que ofrece el libro de texto al trabajo de medida está orientado hacia un trabajo aritmético, con lo que se produce una desnaturalización de los objetivos de medida a trabajar.

Entendemos que la elección de las actividades presentes en el libro de texto analizado tiene como finalidad apoyar el trabajo individual en el aula,

sobre el soporte del papel, con lo que difícilmente pueden trabajarse de igual forma todos los contenidos de medida especificados en el currículo. Además, hemos observado una evolución en el tratamiento de la medida promoviendo inicialmente un trabajo más manipulativo y práctico para acabar siendo en su mayoría numérico. Así, en el ciclo inicial todavía se trabaja en el dominio de lo experimental y lo práctico, siguiendo las tendencias actuales en Educación Infantil, pero en los ciclos siguientes, se tiende a un trabajo aritmético, realizado íntegramente sobre papel y más cercano a la concepción de lo que será la etapa de Educación Secundaria.

En referencia a los contenidos de medida, el libro de texto podría centrarse en tratar aspectos dirigidos a su comprensión conceptual, proponiendo actividades relacionadas con la diferenciación de magnitudes o la elaboración y elección de unidades de medida, presentando la medida como un proceso de aproximación. Otra opción sería presentar la medida desde el punto de vista procedimental, promoviendo el trabajo práctico e incidiendo en aspectos como el tratamiento del error, procesos de medición directa e indirecta, uso de instrumentos, etc. En cambio, observamos que la presencia de actividades que muestran contenidos de medida en los que el trabajo promovido se sustenta en procesos aritméticos es muy alta. De esta forma, interpretamos que el estilo de presentación de la medida por el libro de texto es el aritmético, incidiendo de una forma menor en las opciones conceptual y procedimental.

Dada la importancia contrastada del libro de texto como recurso en las aulas (Pepin, Guedet y Trouche, 2013), la forma en la que este presenta los contenidos de medida es muy influyente en el tipo de actividades que acabarán desarrollando los alumnos. Entendemos que los maestros son los encargados de elegir tanto el libro de texto utilizado en sus cursos, como las actividades concretas a desarrollar. Esto nos llevaría a pensar que la propuesta del libro de texto analizado, dada su popularidad, es un reflejo del trabajo en las aulas y del conocimiento didáctico de la medida que poseen los maestros. En este sentido, interpretando los resultados obtenidos en estudio desde la perspectiva del desarrollo profesional del profesor y del conjunto de conocimientos requeridos para la enseñanza de las matemáticas, es necesario relacionar el tratamiento de la medida en los libros de texto con el trabajo desarrollado en realidad en las aulas así como plantear la necesidad de introducir el tratamiento de la medida desde alguna

de las perspectivas teóricas introducidas en el marco teórico para que el profesorado pueda complementar debidamente el uso del libro de texto en las aulas. En esta dirección, el trabajo aquí presentado aporta directrices claras para definir los conocimientos de medida y de didáctica de la medida que vertebran el conocimiento matemático necesario para construir el Conocimiento Matemático Fundamental para la enseñanza de las matemáticas (Castro, Mengual, Prat, Albarracín, y Gorgorió, 2014).

A partir de los resultados obtenidos en este trabajo, constatamos que la herramienta de análisis desarrollada permite una descripción de gran detalle de las actividades presentadas en el libro de texto. De esta forma, el estudio desarrollado podría extenderse a las propuestas de otras editoriales e incluso a otros tipos de materiales, como los que elaboran los maestros en los centros en los que el libro de texto no es la referencia principal. De la misma forma, consideramos que el presente estudio puede complementarse con el análisis de la evolución de los conceptos de medida durante la etapa de Educación Primaria presentes en las diferentes propuestas didácticas para analizar si se adecúa a las propuestas de aprendizajes de medida marcados en el currículo.

Notas

¹ El presente trabajo amplía el estudio presentado en Mengual, E., Gorgorió, N. Y Albarracín, L. (2016). Las actividades de medida en el libro de texto: Un estudio de caso. *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 345-354). Málaga, SEIEM.

² En este estudio nos referimos al término actividad de forma genérica, para denotar tanto a los ejercicios como a los problemas propuestos.

Agradecimientos

La investigación que se presenta ha contado con el apoyo del Proyecto EDU2013-4683-R financiado por la DGI del Gobierno de España. Los autores son miembros del grupo EMiC:CoM (2014SGR 00723), Grupo de recerca consolidat.

Referencias

- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 239–261. doi: 10.1007/s10649-011-9342-1
- Alsina, C. (2000). Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro. En J.M. Goñi (Ed.) *El currículo de matemáticas en los inicios de siglo XXI*. Barcelona: Graó.
- Azcárate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Balbuena, L. (2002). La medida del tiempo a través del tiempo. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8 (30), 31-40.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Barcelona: Paidós.
- Bisquerra, R. (Coord.). (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Callís, J. J. (2002). *Estimació de mesures longitudinals rectilínies i curvilínies*. Tesis doctoral no publicada. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Castro, A., Mengual, E., Prat, M., Albarracín, L., y Gorgorió, N. (2014). Conocimiento matemático fundamental para el grado de Educación Primaria: Inicio de una línea de investigación. En M.T. González, M. Codés, D. Arnau, y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII*, 227-236. Salamanca: SEIEM.
- Castro, A., Prat, M., y Gorgorió, N. (2016). Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas: Su evolución tras décadas de investigación. *Revista de Educación*, 374, 43-68.
- Chamorro, M. C. (1996). El currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades escolares. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 10, 43-62.
- Chamorro, M. C. (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En M. C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp.221-244). Madrid: Pearson.
- Chamorro, M. C. (Coord.) (2001). *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: MEC.

- Chamorro, M. C. y Belmonte, J. M. (1988). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Síntesis
- Clements, D. y Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge. doi: 10.4324/9780203883785
- Clements, D., y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Del Olmo, M. A., Moreno, F. y Gil, F. (1989). *Superficie y volumen*. Madrid: Síntesis.
- Dickson, L., Gibson, O., y Brown, M. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- DOGC (2007). Decret 142/2007, de 26 de junio, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, 45(5), 765-777. doi: 10.1007/s11858-013-0530-6
- Gairín, J. M., Muñoz, J. M., Oller, A. M. (2012). Propuesta de un modelo para la calificación de exámenes de matemáticas. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 261-274). Jaén: SEIEM.
- García-Horta, J. B., & Guerra-Ramos, M. T. (2009). The use of CAQDAS in educational research: some advantages, limitations and potential risks. *International Journal of Research & Method in Education*, 32(2), 151-165.
- Giménez, J., Goñi, J., Guerrero, S. y Velázquez, F. (2000). Introducción. En J. Goñi (Ed.). *El currículo de matemáticas en los inicios del siglo XXI* (pp.7-11). Barcelona: Graó.
- Godino, J. D. (Director) (2004). *Matemáticas para maestros* [versión electrónica]. España: Universidad de Granada. Recuperado el 24 de marzo de 2014 de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8_matematicas_maestros.pdf

- Hiebert, J., y Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Jones, D. L., y Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. (pp.179-192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Luelmo, M. J. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. X Jornada para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. *Actas del X JAEM*. Zaragoza. España. Septiembre 2001. Vol II, pp. 727-737.
- MEC. (2013). *Panorámica de la Edición Española de Libros 2013*. Madrid: MEC.
- Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., y Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. Netherlands: International Association for the Evaluation of Educational Achievement
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM
- Nicol, C. C., y Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational studies in mathematics*, 62(3), 331-355. doi: [10.1007/s10649-006-5423-y](https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y)
- Pepin, B., Guedet, G., y Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM*, 45(5), 685-698. doi: [10.1007/S11858-013-0526-2](https://doi.org/10.1007/S11858-013-0526-2)
- Segovia, I., Castro, E. y Flores, P. (1996). El área del rectángulo. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 10, 63-67.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Stephan, M. y Clements, D.H. (2003). Linear and Area Measurement in Prekindergarten to Grade 2. En *NCTM Learning and Teaching*

Measurement, 2003 Yearbook (pp. 3-16). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Szilágyi, J., Clements, D. H., y Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.

Torres, J. (1991). *El currículum oculto*. Madrid: Morata.

Vicent, J. y Stacey, K. (2008). Do mathematics textbooks cultivate shallow teaching? Applying the TIMMS video study criteria to Australian eight-grade mathematics textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 20(1), 82-107. doi: 10.1007/BF03217470

Elena Mengual es estudiante de doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales, de la Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Núria Gorgorió es catedrática del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales, de la Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Lluís Albarracín es profesor lector Serra Húnter del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales, de la Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Dirección de Contacto: La correspondencia directa sobre este artículo debe ser dirigida al autor. Dirección Postal: Edifici G5 – Despatx 142, 08193 Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Barcelona, España. **Email:** emengualbre@gmail.com , nuria.gorgorio@uab.cat y lluis.albarracin@uab.cat